

## Ασκήσεις Κατανόησης στα Γραφήματα

Καταληκτική Ημερομηνία Παράδοσης: 31/1/2016

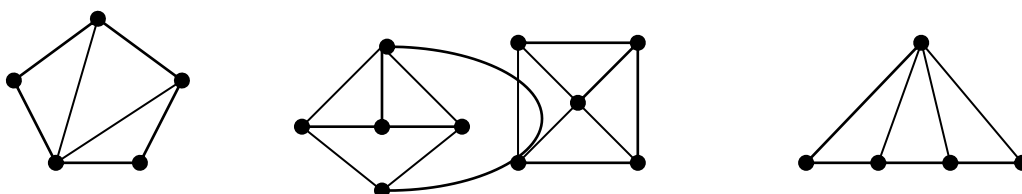
(με email στον βοηθό μαθήματος σε μορφή .pdf ή .doc)

Να αναγράφετε στο παραδοτέο σας το ΑΕΜ και το όνομά σας.

**1. (15%)** Να αποδείξετε ότι κάθε απλό μη κατευθυνόμενο γράφημα με 11 κορυφές και 53 ακμές δεν έχει κύκλο Euler.

**2. (15%)** Να χαρακτηρίσετε την κλάση των γραφημάτων στα οποία κάθε κύκλος Euler είναι επίσης και κύκλος Hamilton.

**3. (15%)** Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω 4 γραφήματα είναι ισομορφικά μεταξύ τους. Δικαιολογήστε την απάντησή σας. Για όποια είναι, να δοθεί ένας αντίστοιχος ισομορφισμός (δηλ. αντιστοιχία κορυφών, εφόσον πρώτα τις ονομάσετε.).

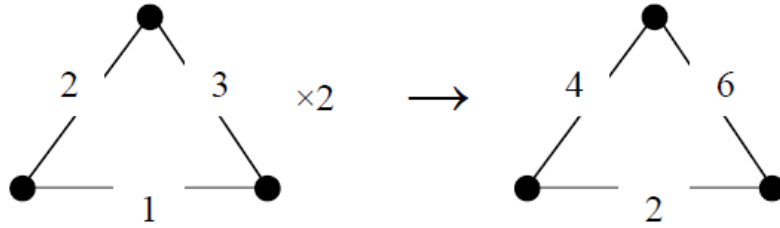


**4. (5%+15%)** α) Να δείξετε ότι δεν υπάρχει απλό γράφημα με 12 κορυφές και 28 ακμές έτσι ώστε:

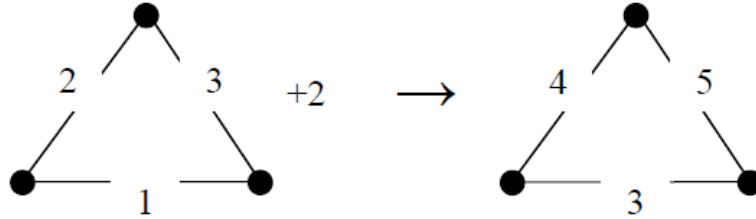
- i) όλες οι κορυφές να έχουν βαθμό 3 ή 4
- ii) όλες οι κορυφές να έχουν βαθμό 3 ή 6

β) Στην πρώτη εργασία ενός τμήματος του ΕΑΠ με 10 άνδρες και 17 γυναίκες όλοι οι φοιτητές ισχυρίζονται ότι συνεργάστηκαν με 2 άνδρες και 3 γυναίκες ακριβώς. Είναι δυνατόν να λένε όλοι την αλήθεια; (να το μοντελοποιήσετε με γραφήματα ώστε να δώσετε τη λύση)

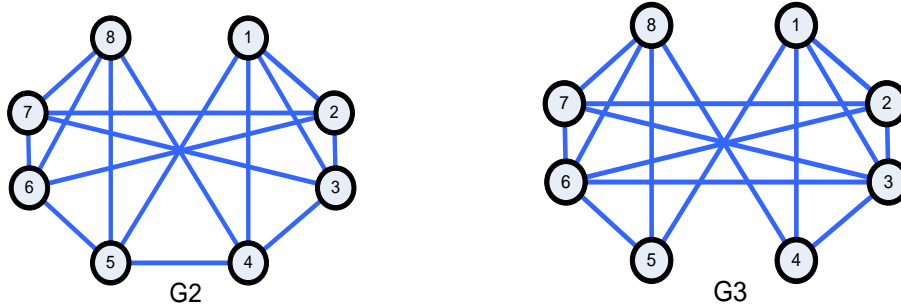
**5. (7%+8%)** α) Να αποδείξετε ή να δώσετε αντιπαράδειγμα για την ακόλουθη πρόταση: «Σε ένα γράφημα με βάρη, το μικρότερο μονοπάτι μεταξύ δύο κορυφών δεν μεταβάλλεται αν όλα τα βάρη πολλαπλασιαστούν με τον ίδιο θετικό αριθμό». Για παράδειγμα,



β) Να αποδείξετε ή να δώσετε αντιπαράδειγμα για την ακόλουθη πρόταση: «Σε ένα γράφημα με βάρη, το μικρότερο μονοπάτι μεταξύ δύο κορυφών δεν μεταβάλλεται αν σε όλα τα βάρη προστεθεί ο ίδιος θετικός αριθμός». Για παράδειγμα,



6. (10%+10%) α) Είναι τα ακόλουθα γραφήματα επίπεδα; Αν ναι, δώστε μια επίπεδη αποτύπωση, διαφορετικά αποδείξτε ότι δεν είναι.



β) Να δείξετε ότι αν  $\Gamma$  είναι ένα ΑΠΛΟ επίπεδο γράφημα τάξης 11, τότε το συμπλήρωμά του  $\Delta\Gamma$  είναι επίπεδο γράφημα.